

РЕШЕНИЕ XII ОЛИМПИАДЫ

1. У первого криптографа каждый из 50 символов ключа выбирается из 7 возможных значений. Значит всего $7 \cdot 7 \dots 7 = 7^{50}$ различных вариантов выбора ключа шифра. Аналогично, у второго криптографа всего 10^{43} различных вариантов выбора ключа. Задача сводится к сравнению чисел 7^{50} и 10^{43} . Это можно сделать несколькими способами:

а) $2^{25} = 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^5 > 10^3 \cdot 10^3 \cdot 32 > 10^7$, следовательно

$$7^{50} = 49^{25} < 50^{25} = \frac{100^{25}}{2^{25}} < \frac{10^{50}}{10^7} = 10^{43}.$$

б) $7^7 < 50 \cdot 50 \cdot 50 \cdot 7 = 125 \cdot 7 \cdot 10^3 < 900 \cdot 10^3 < 10^6$, следовательно

$$7^{50} = 7^{7 \cdot 7 + 1} < (10^6)^7 \cdot 10 = 10^{43}$$

в) некоторые школьники использовали оценку $\frac{10}{7} = 1,42\dots > 1,4$.

Основные недостатки в работах:

- часто сравнивали числа 350 и 430;
- использовали приближенные равенства без оценки сверху или снизу;

Ответ. Шифр второго криптографа содержит больше ключей.

2. Запишем полученное сообщение в двоичном виде:

| | |
|---|-----------|
| Г | 1 0 0 1 0 |
| Е | 0 0 1 0 1 |
| Ы | 1 1 0 1 1 |
| Е | 0 0 1 0 1 |
| У | 1 0 0 1 1 |
| Г | 1 0 0 1 0 |
| А | 0 0 0 0 0 |
| Ц | 1 0 1 1 0 |

Если провода замкнуты, значит по ним передаются одинаковые символы (0 или 1). То есть замкнутым проводам соответствуют одинаковые столбцы цифр. Легко видеть, что это первый и четвертый столбцы. Значит во 2, 3 и 5 столбцах все символы правильные, кроме того, если в 1 и 4 столбцах стоят нули, то это тоже правильные знаки. Если в 1 и 4 столбцах стоят единицы, то возможны три варианта для знаков «х» и «у» этих столбцов:

| |
|-----|
| 1 0 |
| 0 1 |
| 1 1 |

Каждому варианту соответствует своя буква.

| |
|-----------|
| х 0 0 у 0 |
| 0 0 1 0 1 |
| х 1 0 у 1 |
| 0 0 1 0 1 |
| х 0 0 у 1 |
| х 0 0 у 0 |
| 0 0 0 0 0 |
| х 0 1 у 0 |

Заменяя каждый вариант на соответствующую букву получим таблицу